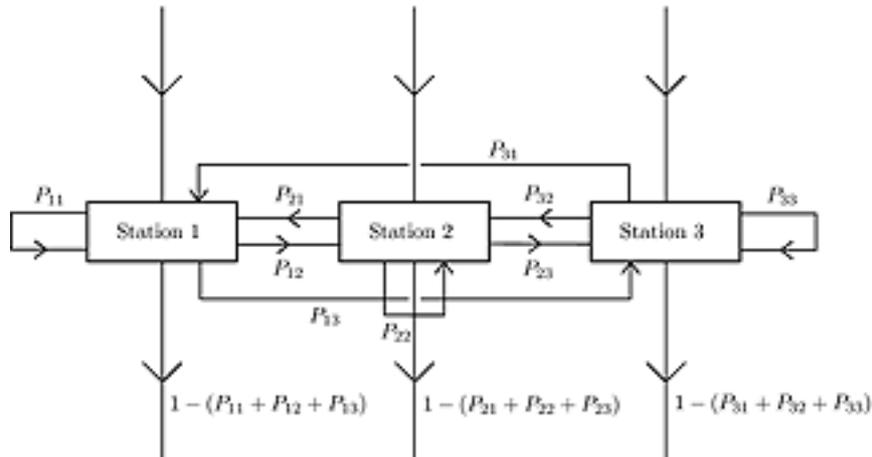


El proceso fBm con reflexión en el estudio del tráfico sobre redes

06/2007 - Matemáticas. El proceso movimiento Browniano fraccional (fBm) juega un papel muy importante en la construcción de modelos estocásticos (modelos matemáticos para situaciones en las que interviene el azar y que evolucionan en el tiempo) que describan adecuadamente cierto tipo de fenómenos, como la carga de trabajo de una estación con un servidor al que le llega el trabajo de manera aleatoria. Una profesora del Departamento de Matemáticas de la UAB ha estudiado este proceso en relación con un modelo estocástico de fluido sobre redes multiestación con feedback.



El movimiento Browniano fraccional (fBm) es una generalización del mejor conocido proceso de movimiento Browniano, y fue originariamente introducido por Kolmogorov en 1940 en relación con la modelización de turbulencias, aunque su nombre proviene del influyente artículo de Mandelbrot y Van Ness (1968). El fBm es un proceso estocástico dependiente de un parámetro H (en $(0,1)$), llamado "índice de Hurst" por el hidrólogo inglés que estudió los registros de los máximos del río Nilo en relación con el diseño de pantanos el año 1951. El proceso de movimiento Browniano estándar corresponde al caso $H=1/2$. Este proceso es auto-similar (invariante por cambio de escala) y en el caso $H>1/2$ los incrementos muestran dependencia a largo plazo. Estas dos propiedades hacen que el fBm juegue un papel muy importante en modelización.

Por ejemplo, en el tráfico sobre redes se puede observar la presencia de dependencia a largo plazo (llamada Efecto José) y de patrones de auto-similitud. Una explicación física sencilla para ello es la superposición de muchas fuentes On/Off de fluido para la red con períodos On/Off estrictamente alternos y tales que las longitudes de los períodos On/Off tengan gran variabilidad (o "colas pesadas", es el Efecto Noé): Taqqu, Willinger y Sherman probaron en 1997 que la superposición de muchas de estas fuentes genera un proceso de llegadas acumulado (hasta cada instante de tiempo) agregado que cambiado de escala convenientemente converge en cierto sentido a un fBm, y relacionan el parámetro que describe la intensidad del Efecto Noé de los períodos On/Off con el índice de Hurst del fBm, que describe la intensidad del Efecto José.

En el trabajo de investigación realizado, se considera un modelo de fluido no determinista en una red compuesta por J estaciones con un único servidor que procesa fluido a tasa constante, bajo disciplina FIFO (first-in-first-out), y un buffer infinito en cada una, con feedback (o retroalimentación, que quiere decir que una proporción del fluido que sale de una estación j se va a cada estación k para ser re-procesado, digamos P_{jk} , y el resto deja la red). La figura muestra el fluido entrando y saliendo de la red y entre estaciones para el caso $J=3$. El proceso de llegadas externas se supone un proceso acumulado agregado no determinista generado por un gran número de fuentes On/Off con colas pesadas, similar al de Taqqu et al.

En este contexto, se prueba que haciendo un cambio de escala adecuado, el proceso de carga de trabajo inmediato, que mide la congestión y retraso en la red, definido como la cantidad de tiempo requerido por cada servidor para completar el procesamiento de todo el fluido en cola (o siendo procesado) en cada instante, converge a un proceso fBm J -dimensional, reflejado para ser positivo (ya que la carga de trabajo es positiva), bajo tráfico intenso. La condición de tráfico intenso establece que la carga total impuesta en cada estación de servicio tiende a ser igual a su capacidad de procesamiento (es decir, la intensidad de tráfico, definida como la tasa de fluido a través de las estaciones dividido por la tasa de procesamiento, tiende a ser 1).

Este teorema es una generalización de un resultado de Debicki y Mandjes (2004) para modelos de fluido sobre redes con una única estación, al contexto multi-estación y con retroalimentación.

El interés del artículo es su contribución a la modelización estocástica del tráfico sobre redes y el estudio del proceso fBm con reflexión multi-dimensional en relación con ella.

Rosario Delgado



Departament de Matemàtiques

Universitat Autònoma de Barcelona

"A reflected fBm limit for fluid models with ON/OFF sources under heavy traffic" Delgado, R. STOCHASTIC PROCESSES AND THEIR APPLICATIONS, 117 (2): 188-201 FEB 2007.